

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЧНОГО ДИАМЕТРА ЧАСТИЦЫ В ГИДРОЦИКЛОНЕ С УЧЕТОМ СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РАЗДЕЛЯЕМОЙ СУСПЕНЗИИ

Пчелинцева О.Н.

В работе представлен математический метод расчета диаметра граничного зерна в зависимости от конструкционных и технологических параметров гидроциклона. Целью работы являлось установление рациональных параметров процесса разделения суспензии. Установлено, что для достижения значительного эффекта разделения диаметр граничного зерна должен находиться в пределах 30–40 мкм.

**Ключевые слова:** твердая частица, гидроциклон, суспензия, дисперсность, сопротивление среды.

### Введение

Характер движения частицы взвеси в гидроциклоне определяется следующими силами: центробежной силой, возникающей под воздействием тангенциальной составляющей скорости жидкости и силой сопротивления жидкости, обусловленной радиальным потоком. Под влиянием центробежной силы частицы твердого компонента движутся от оси гидроциклона к периферии, сила сопротивления жидкости – противоположна ей по направлению [1, 2, 3].

По мере удаления от оси гидроциклона действие центробежной силы уменьшается, а действие радиального потока возрастает. При этом в зависимости от радиуса, центробежная сила частицы изменяется больше, чем сила сопротивления жидкой среды за счет ее радиальной скорости. По этой причине у стенок гидроциклона будут оставаться наиболее крупные частицы, так как центробежная сила у стенок сравнительно мала. Более мелкие частицы будут удаляться радиальным потоком на меньшие радиусы, где более высокое значение центробежной силы будет уравновешивать давление радиального потока [4–6].

**Целью работы** являлось установление рациональных параметров процесса разделения суспензии.

### Объекты и методы исследований

Объектом исследования является диаметр граничного зерна разделяемой суспензии в зависимости от конструкционных и технологических параметров гидроциклона и реологических характеристик исследуемой среды.

### Результаты и их обсуждение

В гидроциклоне частицы взвеси распределяются по радиусу следующим образом: более крупные частицы концентрируются у стенок гидроци-

клона, а более мелкие располагаются ближе к оси, на радиусах, которые соответствуют их крупности. Аналогичным образом будут распределяться частицы различного удельного веса – более тяжелые будут располагаться у стенок гидроциклона, а более легкие ближе к центру.

Вместе с тем, частица взвеси движется еще и в вертикальном направлении, под действием силы тяжести и осевой составляющей скорости потока. Из чего следует, что твердая частица внутри гидроциклона перемещается по сложной пространственной траектории, которая напоминает винтовую линию [7,8].

Так как, фактор разделения для гидроциклонов весьма значителен по своей величине, при рассмотрении движения твердой частицы обычно пренебрегают влиянием вертикальных сил и решают плоскую задачу, т.е. рассматривают движение частицы в плоскости, перпендикулярной оси гидроциклона.

Решение плоской задачи несколько искажает реальную картину движения твердой частицы внутри гидроциклона, но оно допустимо, так как центробежная сила имеет решающее значение.

Таким образом, частица твердого компонента в потоке жидкости оказывается под влиянием двух основных сил: центробежной силы, направленной к периферии и силы сопротивления среды, противоположной ей по направлению.

При условии, что центробежная сила имеет шарообразную форму, ее величина для частицы взвеси может быть найдена по формуле:

$$T = \frac{\pi d^3 (\gamma_{\text{ч}} - \gamma_{\text{с}}) g_t^2}{6gr} \quad (1)$$

где  $T$  – центробежная сила на радиусе вращения, Н;

$g_t$  – тангенциальная скорость на том же

радиусе, м/с;

$d$  – диаметр частицы твердого компонента, м;

$\gamma_{\text{ч}}$  – удельный вес частицы, Н/м<sup>3</sup>;

$\gamma_{\text{с}}$  – удельный вес жидкой среды, Н/м<sup>3</sup>;

$g$  – ускорение силы тяжести, м/с<sup>2</sup>.

Сила сопротивления среды складывается из динамического сопротивления ( $P_{\text{д}}$ ) и сопротивления вязкости ( $S$ ). Согласно закону Ньютона, динамическое сопротивление выражается формулой [1–3]:

$$P_{\text{д}} = \frac{\pi d^2}{12g} \gamma_{\text{с}} g_{\text{r}}^2 \quad (2)$$

Сопротивление вязкости определяется по формуле Стокса:

$$S = 3\pi\eta d g_{\text{r}}, \quad (3)$$

где  $\eta$  – структурная вязкость среды, Н · с / м<sup>2</sup>;

$g_{\text{r}}$  – радиальная скорость, м/с.

Несмотря на то, что оба сопротивления действуют одновременно, величины их различны и находятся в зависимости от скоростей движения среды и размеров твердой частицы. Если для определенного размера частиц будет соблюдено условие  $T = P_{\text{д}} + S$ , то они будут находиться в равновесии и могут продолжительное время циркулировать в гидроциклоне. Более крупные частицы отбрасываются центробежной силой к стенке гидроциклона, частицы меньшего размера, чем граничное зерно, будут уноситься радиальным потоком жидкости к оси и попадут в слив гидроциклона. [9–11].

Равновесное состояние частицы твердого компонента выражается уравнением [6–7]:

$$\frac{\pi d^3 (\gamma_{\text{с}} - \gamma_{\text{ч}}) g_{\text{r}}^2}{6gr} = \frac{\pi d^2 \rho_{\text{с}} g_{\text{r}}^2}{12} + 3\pi d \eta g_{\text{r}}, \quad (4)$$

Или

$$\frac{d^2 (\gamma_{\text{с}} - \gamma_{\text{ч}}) g_{\text{r}}^2}{6gr} = \frac{d \gamma_{\text{с}} g_{\text{r}}^2}{12g} + 3\eta g_{\text{r}} \quad (5)$$

Радиальная скорость жидкости определяется из условий неразрывности потока, проходящего через коаксиальные цилиндры внутри гидроциклона [1–3]:

$$g_{\text{r}} = \frac{Q}{2\pi r h}, \quad (6)$$

где  $Q$  – производительность гидроциклона, м<sup>3</sup>/с;

$r$  – радиус коаксиального сечения, обычно принимается равным радиусу верхнего патрубка гидроциклона, м;

$h$  – высота коаксиального цилиндра, принимается равной 2/3 высоты конической части гидроциклона  $h_1$ , м.

Если учесть, что высота конической части  $h_1$

равна:

$$h_1 = \frac{D}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}, \quad (7)$$

где  $D$  – диаметр гидроциклона, м;

$\alpha$  – угол конусности, в градусах, то:

$$h = \frac{2}{3} \frac{D}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{D}{3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}. \quad (8)$$

Подставляя в выражение (6) значение  $h$  и  $r$  получим:

$$g_{\text{r}} = \frac{Q}{\pi d_{\text{в}} \frac{D}{3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} = \frac{3Q \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\pi D d_{\text{в}}}. \quad (9)$$

Если в качестве исходного продукта выступает вязко-пластическая жидкость, например, крахмальная суспензия, то кроме сопротивления вязкости  $S$  и динамического сопротивления среды, следует учитывать и ее структурно-механические свойства.

Выделение твердых частиц из среды, отвечающей условиям Шведова-Бингама:

$$\tau = \eta \frac{d g_{\text{r}}}{d r} + \tau_0 \quad (10)$$

отличается от выделения твердой взвеси из жидкостей, подчиняющихся закону трения Ньютона:

$$\tau = \eta \frac{d g_{\text{r}}}{d r}, \quad (11)$$

где  $\frac{d g_{\text{r}}}{d r}$  – градиент скорости, 1/с;

$\tau_0$  – предельное напряжение сдвига, Н/м<sup>2</sup>;  $\eta$

– структурная вязкость, Н · с / м<sup>2</sup>.

При выделении частиц взвеси из крахмальной суспензии в гидроциклоне будет появляться дополнительная сила сопротивления среды, обусловленная структурно-механическими свойствами вязко-пластических жидкостей.

Дополнительная сила сопротивления среды находится по формуле [1–3]:

$$W = \lambda \pi d^2 \tau_0, \quad (12)$$

где  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности. В первом приближении его можно принять равным 1,25.

Следовательно, структура расчетной формулы для определения граничных размеров частицы приобретает новый вид:

$$T \geq P_{\text{д}} + S + W \quad (13)$$

Или

$$\frac{d(\gamma_{\text{ч}} - \gamma_{\text{с}})g_t^2}{6gr} = \frac{\gamma_{\text{с}}g_t^2}{12g} + \frac{3\eta g_t}{d} + \lambda\tau_0. \quad (14)$$

На входе в гидроциклон скорость потока определяется по формуле:

$$g = \omega \frac{D}{2}. \quad (15)$$

или из условия неразрывности потока

$$g = \frac{Q}{S}, \quad (16)$$

где  $S = \pi d_{\text{вх}}^2 / 4$  – площадь сечения входного

патрубка гидроциклона,  $\text{м}^2$ ;

$d_{\text{вх}}$  – диаметр входного патрубка

гидроциклона,  $\text{м}$ .

Таким образом

$$\omega = \frac{8Q}{\pi d_{\text{вх}}^2 D}. \quad (17)$$

Тангенциальную скорость на радиусе верхнего патрубка определяют по формуле:

$$g_t = \omega r = \frac{8Q}{\pi d_{\text{вх}}^2 D} \frac{d_{\text{в}}}{2}, \quad (18)$$

где  $r = \frac{d_{\text{в}}}{2}$  – радиус верхнего патрубка,  $\text{м}$ .

Подставив в (9) и (18) формулу (14) получим:

$$\begin{aligned} d(\gamma_{\text{ч}} - \gamma_{\text{с}}) \frac{\left(\frac{4Qd_{\text{в}}}{\pi d_{\text{вх}}^2 D}\right)^2}{6gr} = \\ \gamma_{\text{с}} \frac{\left(\frac{3Q\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D d_{\text{в}}}\right)^2}{12g} + \frac{3}{d} \eta \frac{3Q\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D d_{\text{в}}} + \lambda\tau_0. \end{aligned} \quad (19)$$

В итоге проведенных преобразований получаем выражение для определения диаметра граничного зерна с учетом конструктивных параметров гидроциклона, а также технологических и реологических характеристик исследуемой среды:

$$d = \frac{3d_{\text{в}}}{(\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{с}}) \left(\frac{4Qd_{\text{в}}}{\pi d_{\text{вх}}^2 D}\right)^2} \times$$

$$\sqrt{\left[ 2\rho_{\text{с}} \left( \frac{3Q\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D d_{\text{в}}}\right)^2 / 12 + \lambda\tau_0^2 \right] + \left( \rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{с}} \right) \left( \frac{4Qd_{\text{в}}}{\pi d_{\text{вх}}^2 D} \right) \frac{3Q\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D d_{\text{в}}} - \left[ -\rho_{\text{с}}g \left( \frac{3Q\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D d_{\text{в}}}\right) - \lambda\tau_0 \right] / 2} \quad (20)$$

где  $\lambda_{\text{ч}} = \rho_{\text{ч}}$ ;  $\lambda_{\text{с}} = \rho_{\text{с}}g$  – удельный вес частицы и среды соответственно;

$\tau_0, \eta$  – предельное напряжение сдвига и

структурная вязкость, полученные ранее при обработке результатов реологических исследований картофельной кашки:

$$\tau_0 = (41,06C - 575,77) T^{0,02C-0,98} \quad (21)$$

$$\eta = (0,003C - 0,005) T^{0,01e^{0,12C}}. \quad (22)$$

С помощью полученной математической модели можно рассчитывать диаметр граничного зерна в зависимости от конструктивных и технологических параметров гидроциклона, а также реологических характеристик, выраженных через содержание сухих веществ и температуру.

Для эффективного разделения суспензии необходимо, чтобы граничное зерно имело минимальные размеры [6]. Следовательно, максимальное количество зерен крахмала переходит в нижний сход гидроциклона, а мезга с картофельным соком – в верхний. Зерна наименьшие по массе и неправильной формы осаждаются медленнее, так как имеют большее гидравлическое сопротивление. Для устранения этой проблемы крахмал при извлечении многократно промывают, увеличивают фактор разделения гидроциклона.

## Выводы

В заключение можно сделать вывод, что для достижения значительного эффекта разделения диаметр граничного зерна должен находиться в пределах 30–40 мкм. Рациональные параметры проведения процесса разделения суспензии следующие:  $Q=0,006 \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $d_{\text{в}} = 0,007 \text{ м}$ ;  $d_{\text{вх}} = 0,01 \text{ м}$ ;  $D=0,022-0,024 \text{ м}$ ;  $\alpha = 5^\circ$ ;  $C=14-18\%$ ;  $T=5-15^\circ\text{C}$ . Представленные параметры подтверждаются экспериментальными исследованиями.

### Список литературы

- [1] Башаров М. М. Устройство и расчет гидроциклонов: учебное пособие / М. М. Башаров, О. А. Сергеева; под ред. А. Г. Лаптева. Казань: Вестфалика, 2012. 92 с.
- [2] Бауман А. В. Влияние реологических свойств суспензии на параметры классификации в гидроциклоне / А. В. Бауман, С. В. Янин // *Алюминий Сибири 2003*: сб. науч.ст. Красноярск, 2003. С. 339.
- [3] Евтюшкин Е. В. Математическое моделирование движения дисперсной фазы и сепарации в гидроциклоне: дис... кандидата физико-математических наук: 01.02.05 / Евтюшкин Евгений Викторович; [Место защиты: Том. гос. университет]. Томск, 2007. 168 с.
- [4] Кузькин, А. С. Вопросы теории и технологические аспекты обогащения в аппаратах центробежного типа / А. С. Кузькин // *Цветные металлы*. 2004. № 3. С. 41.
- [5] Остриков А. Н. Процессы и аппараты пищевых производств: учеб. для вузов / А. Н. Остриков, О. В. Абрамов, А. В. Логинов [и др.]; под ред. А. Н. Острикова. СПб.: ГИОРД, 2012. 616 с.
- [6] Раскина, О. А. Расчет траектории частицы дисперсной фазы в гидроциклоне / О. А. Раскина, В. А. Фафурин // *Известия вузов. Химия и химическая технология*. 2003. Том 46. Вып. 4. С. 142.
- [7] Чесноков Ю. Г. Математическая модель поля скоростей жидкости в гидроциклоне / Ю. Г. Чесноков, А. В. Бауман, О. М. Флисюк. // *Сборник трудов МНК ММТТ*. 16. СПб., 2003. Т. 10.
- [8] Чесноков Ю. Г., Бауман А. В., Флисюк О. М. Расчет поля скоростей жидкости в гидроциклоне // *Журнал прикладной химии*. 2006. Т. 79, Вып. 5. С. 783.
- [9] Пчелинцева О. Н. Инновационные процессы и технологии в пищевых производствах О. Н. Пчелинцева, Е. А. Сарафанкина, Д. О. Полежаев // *Состояние и перспективы развития современной науки: Социально-экономические, естественнонаучные исследования*: сб. мат.– Пенза, Международная научно-практическая конференция, 2016. С. 149–155.
- [10] Пчелинцева О. Н. Использование инновационных технологий в пищевых производствах О. Н. Пчелинцева, А. А. Блинохватов, М. А. Абросимов // *Состояние и перспективы развития современной науки: Социально-экономические, естественнонаучные исследования*: сб. мат.– Пенза, Международная научно-практическая конференция, 2018. С. 39–44.
- [11] Пчелинцева О. Н. Математическое моделирование концентрирования фруктового сока в многокорпусной выпарной установке О. Н. Пчелинцева., Д. И. Фролов // *Инновационная техника и технология*. 2015. № 1 (02). С. 20–25.

## DESCRIPTION OF THE METHOD FOR THE DETERMINATION OF THE BOUNDARY DIAMETER OF THE PARTICLES IN THE HYDROCYCLONE TAKING INTO ACCOUNT THE STRUCTURAL-MECHANICAL PROPERTIES OF PARTIAL SUSPENSION

*Pchelinceva O.N.*

---

The paper presents a mathematical method for calculating the diameter of the boundary grain depending on the structural and technological parameters of the hydrocyclone. The aim of the work was to establish rational parameters of the suspension separation process. It was found that in order to achieve a significant separation effect, the diameter of the boundary grain should be within 30-40  $\mu\text{m}$ .

**Keywords:** *particle, a hydrocyclone, a suspension, a dispersion, and the resistance of the medium.*

---

### References

- [1] Basharov M.M. Ustroistvo i raschet gidrotsiklonov: uchebnoe posobie / M.M. Basharov, O.A. Sergeeva; pod red. A. G. Lapteva. Kazan': Vestfalika, 2012. 92 p.
- [2] Bauman A. V. Vliyanie reologicheskikh svoystv suspenzii na parametry klassifikatsii v gidrotsyklone / A. V. Bauman, S. V. Yanin // *Alyuminii Sibiri 2003*: sb. nauch.st. Krasnoyarsk, 2003. P. 339.
- [3] Evtuyshkin E. V. Matematicheskoe modelirovanie dvizheniya dispersnoi fazy i separatsii v gidrotsyklone: dis... kandidata fiziko-matematicheskikh nauk: 01.02.05 / Evtuyshkin Evgenii Viktorovich; [Mesto zashchity: Tom. gos. universitet]. Tomsk, 2007. 168 p.
- [4] Kuz'kin, A. S. Voprosy teorii i tekhnologicheskie aspekty obogashcheniya v apparatakh tsentrobezhnogo tipa / A. S. Kuz'kin // *Tsvetnye metally*. 2004. № 3. P. 41.

- [5] Ostrikov A. N. Protsessy i apparaty pishchevykh proizvodstv: ucheb. dlya vuzov / A. N. Ostrikov, O. V. Abramov, A. V. Loginov [i dr.]; pod red. A. N. Ostrikova. SPb.: GIORD, 2012. 616 p.
- [6] Raskina, O.A. Raschet traektorii chastitsy dispersnoi fazy v gidrotsiklone / O.A. Raskina, V.A. Fafurin // Izvestiya vuzov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya. 2003. Tom 46. Vyp. 4. p. 142.
- [7] Chesnokov Yu. G. Matematicheskaya model' polya skorostei zhidkosti v gidrotsiklone / Yu. G. Chesnokov, A. V. Bauman, O. M. Flisyuk. // Sbornik trudov MNK MMTT. 16. SPb., 2003. T.10.
- [8] Chesnokov Yu.G., Bauman A. B., Flisyuk O. M. Raschet polya skorostei zhidkosti v gidrotsiklone // Zhurnal prikladnoi khimii. 2006. T. 79, Vyp.5. p. 783.
- [9] Pchelintseva O. N. Innovatsionnye protsessy i tekhnologii v pishchevykh proizvodstvakh O. N. Pchelintseva, E. A. Sarafankina, D. O. Polezhaev // Sostoyanie i perspektivy razvitiya sovremennoi nauki: Sotsial'no-ekonomicheskije, estestvennonauchnye issledovaniya: sb. mat.– Penza, Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya, 2016. PP. 149–155.
- [10] Pchelintseva O. N. Ispol'zovanie innovatsionnykh tekhnologii v pishchevykh proizvodstvakh O. N. Pchelintseva, A. A. Blinokhvatov, M. A. Abrosimov // Sostoyanie i perspektivy razvitiya sovremennoi nauki: Sotsial'no-ekonomicheskije, estestvennonauchnye issledovaniya: sb. mat.– Penza, Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya, 2018. PP. 39–44.
- [11] Pchelintseva O. N. Matematicheskoe modelirovanie kontsentrirovaniya fruktovogo soka v mnogokorpusnoi vyparnoi ustanovke O. N. Pchelintseva., D. I. Frolov // Innovative machinery and technology. 2015. No.1 (02). PP. 20–25.