

ТЕХНОЛОГИИ И СРЕДСТВА МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

УДК 532.1

ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ НАЗНАЧЕНИИ ПАРАМЕТРОВ РОТАЦИОННОГО ВИСКОЗИМЕТРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЯЗКОСТИ ЖИДКИХ СРЕД

Николаев В.С.

В работе рассмотрен метод косвенного определения вязкости жидкой среды по абсолютному значению измеряемой силы трения. Рассмотрена задача моделирования верхнего скоростного режима функционирования ротационного вискозиметра. Предложены условия назначения геометрических параметров рабочих элементов вискозиметра.

Ключевые слова: динамическая вязкость, жидкая среда, вискозиметр ротационный, ламинарное течение, коаксиальные цилиндры, сила трения, число Рейнольдса, собственная частота колебаний.

Введение

Параметр динамической вязкости жидких сред в пищевых производствах используется при разработке оптимальных рецептов продукта, а также при выборе или проектировании технологического оборудования. Оценка вязкости реальной среды осуществляется применением средств измерения, например, вискозиметром ротационного типа [1, 2, 3]. Следует отметить, что физико-механические свойства перерабатываемого продукта зависят от ряда факторов обусловленных технологическими процессами, например, скорости движения, температуры и т.п. Это обуславливает методы измерения вязкости жидких сред и подход к процессу проектирования рабочих элементов ротационного вискозиметра.

Метод косвенного определения вязкости жидкой среды по абсолютному значению измеряемой силы трения, реализуется в ротационном вискозиметре. Основой метода является принцип измерения силы сдвига между двумя коаксиальными цилиндрами, один из которых вращается (ротор) приводя в движение жидкую среду, расположенную в зазоре между цилиндрами, а другой, прибывающий в состоянии покоя, воспринимает силу сдвига от движущейся среды. Здесь главным фактором является значение постоянной скорости вращения ротора, что определяет вращающий момент в виде относительного параметра меры вязкости жидкой среды, при определенных условиях ее движения. Известно, что при ламинарном течении жидкой среды, подчиняющейся при своём течении закону вязкого трения Ньютона, устанавливается линейная зависимость между касательным напряжением τ в плоскостях соприкосновения слоев жидкости и

производной скорости течения v_{Π} по направлению нормали к плоскостям.

Тогда достоверное решение задачи движения жидкости, между вращающимся и неподвижным коаксиальными цилиндрами, будет определяться конструкцией ротационного вискозиметра и условиями проведения эксперимента (измерений).

Описание системы и постановка задачи

Инверсионная модель – ротационного вискозиметра состоящего из двух коаксиальных вертикальных цилиндров показана на рисунке 1а, где цилиндры имеют различный диаметр. Схема коаксиальных цилиндров и цилиндрических слоев движения вязкой жидкой массы, помещенной между цилиндрами, представлена на рисунке 1б.

Случай, вращения с угловой скоростью ω_{Π} внутреннего цилиндра радиусом R_1 и расположенного в жидкой среде, которая заполняет неподвижный внешний цилиндр радиусом R_2 , характеризуется тем, что в этом случае жидкость приобретает вращательное движение, определенное в виде концентрических цилиндрических слоев радиусом R_{Π} , расположенных в промежутке радиусов внутреннего и наружного цилиндров $R_1 < R_{\Pi} < R_2$.

Жесткостью C_a может служить преобразователь силы, выполненный в виде упоров в точках а, которые удерживают неподвижный цилиндр от проворачивания. Сила трения F_{τ} соприкасающегося с вращающимся цилиндром слоя жидкости и последующих ее близлежащих цилиндрических слоев находится по формуле, из технических источников [4, 5, 6, 7]:

$$F_{\tau} = \eta 2\pi h R_{\Pi} \frac{R_{\Pi} d \omega_{\Pi}}{d R_{\Pi}} = \eta 2\pi h R_{\Pi}^2 \frac{d \omega_{\Pi}}{d R_{\Pi}} \quad (1)$$

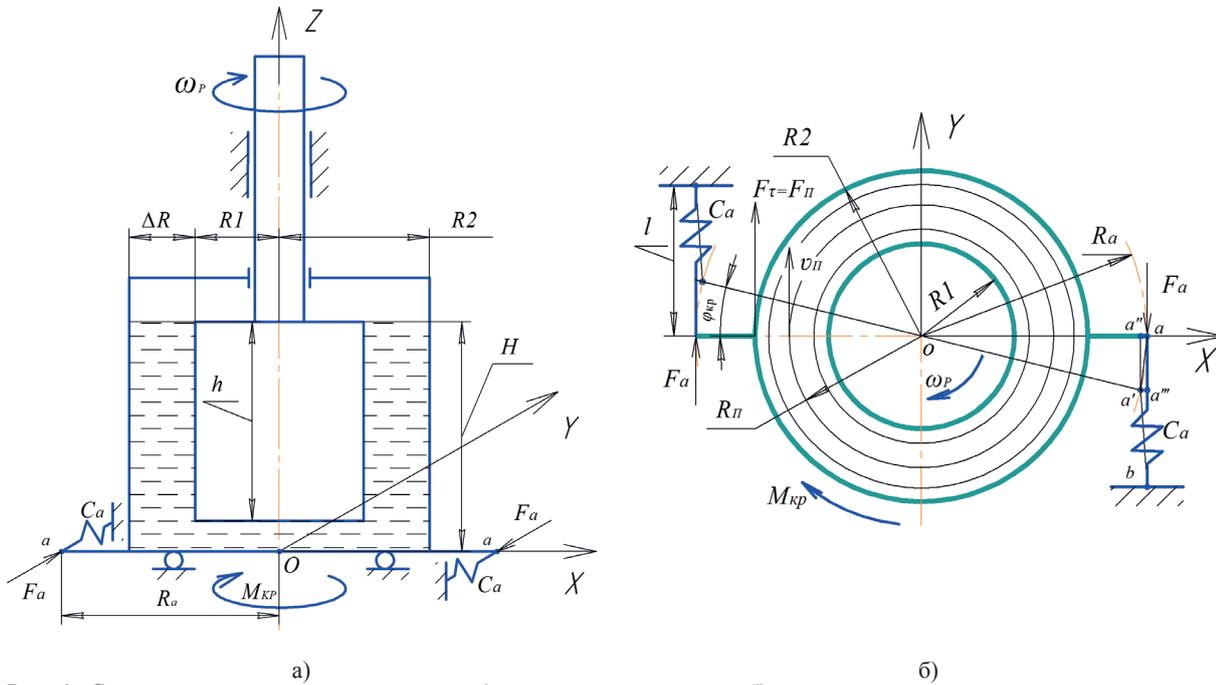


Рис. 1. Схема ротационного вискозиметра: а) инверсионная модель; б) расположение коаксиальных цилиндров и цилиндрических слоев движения жидкости

где ω_{Π} – угловая скорость потока промежуточного слоя жидкости, рад/с, $\omega_{\Pi} = v_{\Pi}/R_{\Pi}$;

R_{Π} – радиус потока цилиндрического слоя жидкости, мм;

h – высота вращающегося цилиндра, мм;

$2\pi h R_{\Pi} = S$ – площадь по контуру цилиндрического слоя жидкости, мм²;

$d\omega_{\Pi}/dR_{\Pi}$ – градиент угловой скорости слоя жидкости, рад/с·мм;

$R_{\Pi}d\omega_{\Pi}/dR_{\Pi}$ – линейная скорость слоя жидкости;

η – динамическая вязкость жидкости, г с/мм².

Из уравнения (1) видно, что при постоянных параметрах вязкости η , высоты цилиндра h и его угловой скорости, сила трения зависит от градиента скорости и радиуса потока R_{Π} цилиндрического слоя жидкости.

Из условия постоянства скорости (отсутствия ускорения), прикладываемая сила для вращения внутреннего цилиндра связана с вязким сопротивлением среды и обуславливается моментом на радиусе потока R_{Π}

$$M_{\Pi} = R_{\Pi} F_{\tau} = R_{\Pi} \eta 2\pi h R_{\Pi} \left. \frac{R_{\Pi} d\omega_{\Pi}}{dR_{\Pi}} \right|_{R_{\Pi}=R_2}^{R_{\Pi}=R_1} \quad (2)$$

Производная dR определяет момент внешних сил и поддерживает окружное давление внешнего цилиндра. Принимаем угловую скорость $\omega = \text{const}$ и перенесем R и dR в левую часть равенства (2)

$$(M_{\Pi}/R_{\Pi}^3)dR_{\Pi} = \eta 2\pi h \omega_{\Pi}, \quad (3)$$

интегрируем равенство (3), получим

$$-\frac{M_{\Pi}}{2R_{\Pi}^2} \Big|_{R_{\Pi}=R_2}^{R_{\Pi}=R_1} - C = \eta 2\pi h \omega_{\Pi}, \quad (4)$$

где C – постоянная интегрирования, которая при условии $R_{\Pi} = R_1$ и $\omega_{\Pi} = \omega_C$, связанности слоя жидкости с внутренним цилиндром, и при условии $R_{\Pi} = R_2$ и $\omega_{\Pi} = 0$, связанности слоя жидкости с внешним цилиндром, соответственно будет иметь значения

$$C_1 = -\frac{M_{\Pi}}{R_1^2} - \eta 2\pi h \omega_{\Pi} \text{ и } C_2 = -\frac{M_{\Pi}}{R_2^2}. \quad (5)$$

Решение уравнения (4), отдельно для постоянных интегрирования C_1 и C_2 , можно представить системой уравнений

$$\begin{aligned} M_{\Pi} \left(\frac{1}{2R_1^2} \right) &= 0 \\ M_{\Pi} \left(\frac{1}{2R_2^2} \right) - \eta 2\pi h \omega_{\Pi} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Решение системы приводит к значению крутящего момента

$$M_{\Pi} = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \eta 4\pi h \omega_{\Pi} \quad (7)$$

Из уравнения (7) имеем обобщенное значение вязкости, г с/мм²

$$\eta = \frac{M_{\Pi}}{4\pi h \omega_{\Pi}} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 \cdot R_2^2} = \frac{M_{\Pi}}{\omega_{\Pi}} \cdot K \quad (8)$$

где

$$K = \frac{1}{4\pi h} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_1^2 \cdot R_2^2} = \frac{R_2^2 / (R_2 - \Delta R)^2 - 1}{4\pi h \cdot R_2^2}$$

– обуславливает постоянную прибора, 1/мм³,

учитывающую геометрию пары коаксиальных цилиндров.

Рассмотренные элементы из теории движения вязкой жидкости в зазоре между двух цилиндров ротационного вискозиметра показывают связь между параметрами вязкости жидкости, вращающего момента и угловой скорости, при постоянной приборе. Очевидно, моделирование при конструировании ротационного вискозиметра включает задание указанных параметров с последующим вычислением постоянной прибора $K = \eta \cdot \omega_{\Pi} / M_{\text{кр}}$, которое позволяет методом подбора выбрать основные размеры его исполнительных (рабочих) элементов (или задания конструктивных параметров), обеспечивающих его функционирование.

Моделирование задачи в переменных состояниях

Теория движения вязкой жидкости в зазоре между двумя цилиндрами неодинаковых радиусов разработана достаточно подробно и позволяет связывать вязкость жидкости, вращательный момент и угловую скорость. Из уравнения (8) угловая скорость потока жидкости имеет выражение

$$\omega_{\Pi} = \frac{M_{\Pi}}{\eta} \cdot K, \quad (9)$$

где, подставив выражение $\omega_{\Pi} = v_{\Pi} / R$, получаем выражение скорости потока по ширине зазора между цилиндрами

$$v_{\Pi} = \frac{M_{\Pi}}{\eta} \cdot K \cdot R_{\Pi} \Big|_{R_{\Pi}=R_1}^{R_{\Pi}=R_2}. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) определяет линейную скорость жидкой массы и справедливо для её ламинарного движения, где критерием подобия течения потока вязкой жидкости между коаксиальными цилиндрами, будет являться параметр числа Рейнольдса, значение которого характеризует режим измерения вязкости и зависит от скорости потока среды:

$$\eta = \frac{\rho v_{\Pi} D_{\Gamma}}{\text{Re}} \quad \text{или} \quad v = \frac{v_{\Pi} D_{\Gamma}}{\text{Re}} \quad (11)$$

где ρ – плотность исследуемой вязкой жидкости, кг/мм³;

v_{Π} – приведенная линейная скорость потока жидкости, мм/с;

η – динамическая вязкость исследуемой жидкости, г·с/мм²;

v – кинематическая вязкость исследуемой жидкости, мм²/с, $v = \eta / \rho$;

D_{Γ} – гидравлический диаметр, мм, используется при подсчете критерия Рейнольдса (Re) и вычисляется по формуле

$$D_{\Gamma} = 4S / P,$$

где S – площади поперечного сечения потока в зазоре между радиусами цилиндров, мм²;

P – периметр зазора, мм.

В случае ротационного вискозиметра с внутренним вращающимся цилиндром, значение гидравлического диаметра вычисляется с учетом площади и периметра зазора $\Delta R = R_2 - R_1$ между цилиндрами, откуда

$$D_{\Gamma} = \frac{4h(R_2 - R_1)}{2(h + R_2 - R_1)} = \frac{2h \cdot \Delta R}{(h + \Delta R)}. \quad (12)$$

Анализ теории функционирования вискозиметра показывает, что косвенный метод измерения вязкости жидкой среды, выражается через абсолютное значение силы трения F_{τ} вращающегося слоя жидкости соприкасающегося с цилиндром (при $v_{\Pi} = \text{const}$) и в полной мере зависит от заданного скоростного режима течения жидкой среды.

Моделирование задачи по совокупности параметров

Моделирование геометрических размеров рабочих элементов ротационного вискозиметра определяется задачей учитывающей параметры частот их собственных колебаний. Очевидно, здесь основным требованием будет условие ограничения верхнего скоростного режима функционирования ротационного вискозиметра где возмущающие силы динамического процесса будут иметь частоту близкую к собственной частоте преобразователя силы. Одним из основных факторов такого динамического прибора будет частота вращения подвижного цилиндра (ротора), которая может быть ограничена его max скоростного режима. В этом случае, в целях не внесения фазовых искажений в измерительный процесс, собственная частота преобразователя жесткостью C_a должна быть значительно выше max скоростного режима ротора, чтобы исключить появление резонансов при измерениях.

Такая постановка задачи при проектировании ротационного вискозиметра определяет последовательность этапов моделирования:

Первый этап – предполагает назначение параметров исследуемой жидкой среды и прочих условий ограничений процесса измерений:

– первым основным параметром принимается вязкость $\eta_{\min} \leq \eta \leq \eta_{\max}$ жидкой среды;

– вторым главным параметром принимается число Рейнольдса Re , определяющее характер движения жидкости, при ламинарном $\text{Re} < 2300$, что позволяет вычислить max допустимой частоты вращения ротора ω_{p} .

– третий вспомогательный параметр это плотность $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$ жидкой среды, которая зависит от параметров температуры, очевидно, здесь следует использовать табличные значения из технических источников.

Второй этап – определение min значения

собственной частоты колебаний исполнительных элементов входящих в систему преобразований измерительного сигнала в ротационном вискозиметре.

В зависимости от цели проектируемого потока жидкой среды в технологическом процессе, требования к ее скорости в конкретном случае различны. Тогда, очевидно, будет ставиться вопрос измерения вязкости с учетом скорости движения среды. Задавшись физическими параметрами, принятыми в первом этапе, из формулы (11) с учетом ламинарного движения имеем скорость потока

$$v_{\Pi} = \frac{Re \eta}{\rho D_{\Gamma}} \quad (13)$$

Учитывая гидравлический диаметр, уравнение (12), и приняв $R_{\Pi} = R2$, выражение угловой скорости ω_p ротора – подвижного цилиндра равного угловой скорости ω_{Π} промежуточного слоя потока жидкой среды примет следующее выражение

$$\omega_p = \omega_{\Pi} = v_{\Pi} / R_{\Pi} = \frac{Re \cdot \eta \cdot (h + \Delta R)}{\rho \cdot 2h \cdot \Delta R \cdot R2} \quad (14)$$

Уравнение (14), описывающее процесс изменения угловой скорости ω_p ротора в камере ротационного вискозиметра, показывает, что ω_p зависит от вязкости η и плотности ρ жидкой среды, высоты h ротора и диаметра $D2 = 2 \cdot R2$ неподвижного цилиндра, величины зазора ΔR между цилиндрами и числа Рейнольдса Re , тогда математическая модель, описывающая физический процесс, выразится функцией совокупности параметров

$$\omega_p = f(\eta, \rho, h, \Delta R, R2, Re) \quad (15)$$

Из условия существования потока жидкой среды цель задачи в модели формализуется в виде критерия оптимальности (целевой функции)

$$\max : \omega_p = \omega_p(\eta_{\max}, \rho_{\min}, Re_{\max}, h, \Delta R, R2) \quad (16)$$

Поставленная цель, формирует вектор управления в виде геометрических параметров $h, \Delta R, R2$, с налагаемыми на них ограничениями или комплекса условий применимости геометрических параметров (ППП) в виде системы неравенств

$$\text{ППП} = \left\{ \begin{array}{l} h_{\min} \leq h \leq h_{\max} \\ \Delta R_{\min} \leq \Delta R \leq \Delta R_{\max} \\ R2_{\min} \leq R2 \leq R2_{\max} \end{array} \right\} \quad (17)$$

Список литературы

- [1] Кузнецов О. А., Волошин Е. В., Сагитов Р. Ф. Реология пищевых масс: Учебное пособие. Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – 106 с.
- [2] Основы реологии пищевых продуктов: учебное пособие / В. А. Авроров, Н. Д. Тутов – Старый Оскол, ТНТ, 2014. 268 с.
- [3] Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., 1973. 847 с.

В нашем случае совокупность параметров ППП = (h, ΔR, R2) будет допустимым диапазоном показаний принадлежности. Из рекомендации различия соотношения собственных и вынужденных частот в динамических системах [8] принимаем $\omega_{p \max} = 0,75 \omega_c$ или $\omega_c = 1,33 \omega_{p \max}$.

Третий этап – вычисление параметра жесткости преобразовательного элемента осуществляется за счет рассчитанного параметра собственной частоты колебательной массы (смотри этап два), включающей неподвижный цилиндр с жидкой средой

$$\omega_{p \max}^2 = n \cdot C_a / m \text{ откуда } C_a = \omega_{p \max}^2 \cdot m_c / n, \quad (18)$$

где n – количество элементов жесткости C_a расположенных симметрично относительно оси коаксиальных цилиндров вискозиметра.

Последующее решение задачи, уточнения геометрических параметров, осуществляется известными методами прочностных расчетов с использованием математических редакторов реализующих численный метод конечных элементов МКЭ, например, показанных в работах [9, 10, 11, 12]. Это позволяет определить допустимые деформации, допустимые напряжения, возникающие в элементах конструкции ротационного вискозиметра, а также допустимые силы в технологическом процессе исследований вязкости.

Выводы

1. Рассмотрена теория и дан анализ принципа косвенного измерения вязкости жидкой среды, через абсолютное значение силового фактора возникающего между средой цилиндром ротационного вискозиметра.

2. В модели проектирования параметров ротационного вискозиметра определены основной, главный и вспомогательные физические параметры исследуемой жидкой среды.

3. Рассмотрен метод моделирования совокупности параметров ротационного вискозиметра, при определенной последовательности действий позволяет вывести основные геометрические параметры рабочих элементов вискозиметра и определиться с максимальным частотным режимом функционирования вискозиметра, что позволит исключить нарушения в нормальных режимах процесса измерения вязкости жидкой среды.

- [4] Милн-Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика. М., 1964. 655 с.
- [5] К вопросу о методе исследования вязкопластических свойств тестовой массы и устройстве, его реализующем. Николаев В.С., Володин К.И. Пищевая промышленность и агропромышленный комплекс: достижения, проблемы, перспективы: сборник статей IX Международной научно-практической конференции.– Пенза, Приволжский дом знаний, 2017. С. 59–64
- [6] О возможности исследования прямых силовых параметров вязкости жидкообразных продуктов на вискозиметре ротационного типа. Николаев В.С., Авроров В.А., Старостин М.Н. Пищевая промышленность и агропромышленный комплекс: достижения, проблемы, перспективы: сборник статей V Международной научно-практической конференции.– Пенза, Приволжский дом знаний, 2011. С. 15–19.
- [7] К вопросу разработки стенда для экспериментальных исследований свойств жидких суспензий Пышная Л.С., Николаев В.С., Булаев И.А., Коновалов В.В. Научно-методический электронный журнал Концепт. 2017. № Т39. С. 2976–2980.
- [8] Ильинский В.С. Защита аппаратов от динамических воздействий. М., «Энергия», 1970. 320 с. с илл.
- [9] Моделирование напряжений и деформаций чувствительного элемента с использованием метода конечных элементов. Николаев В.С., Короткова Н.Н. XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2013. № 6 (10). С. 88–93
- [10] К расчету рабочих органов вискозиметра, взаимодействующих с вязкоупругими материалами Пышная Л.С., Николаев В.С., Коновалов В.В. В сборнике: Актуальные вопросы современной науки: теория и практика научных исследований Сборник научных трудов всероссийской научно-практической конференции. 2017. С. 205–208.
- [11] Моделирование напряжений в элементах преобразователя силы на базе прикладных программ, реализующих метод конечных элементов Николаев В.С., Прошин И.А., Булаев И.А. Инновационная техника и технология. 2015. № 4 (5). С. 25–29.
- [12] Использование МКЭ в моделировании напряжений чувствительного элемента ротационного вискозиметра для жидких пищевых суспензий. Николаев В.С., Пышная Л.С., Конкина А.С. Пищевая промышленность и агропромышленный комплекс: достижения, проблемы, перспективы: сборник статей X Международной научно-практической конференции.– Пенза, Приволжский дом знаний, 2018. С. 33–39

QUESTIONS OF MODELING IN THE APPOINTMENT OF THE PARAMETERS OF THE ROTATIONAL VISCOMETER TO STUDY THE VISCOSITY OF LIQUID MEDIA

Nikolaev V.S.

The paper considers the method of indirect determination of the viscosity of a liquid medium by the absolute value of the measured friction force. The problem of modeling the upper speed mode of the rotational viscometer functioning is considered. The proposed conditions for the appointment of the geometric parameters of the working elements of the viscometer.

Keywords: *dynamic viscosity, liquid medium, rotational viscometer, laminar flow, coaxial cylinders, friction force, Reynolds number, natural oscillation frequency.*

References

- [1] Kuznetsov O.A., Voloshin E. V., Sagitov R. F. Reologiya pishchevykh mass: Uchebnoe posobie. Orenburg: GOU OGU, 2005.– 106 p.
- [2] Osnovy reologii pishchevykh produktov: uchebnoe posobie / V.A. Avrorov, N.D. Tutov – Staryi Oskol, TNT, 2014. 268 p.
- [3] Loitsyanskii L. G. Mekhanika zhidkosti i gaza. M., 1973. 847 p.
- [4] Miln-Tomson L. M. Teoreticheskaya gidrodinamika. M., 1964. 655 p.
- [5] K voprosu o metode issledovaniya vyazkoplasticheskikh svoistv testovoi massy i ustroistve, ego realizuyushchem. Nikolaev V.S., Volodin K.I. Pishchevaya promyshlennost' i agropromyshlennyy kompleks: dostizheniya, problemy, perspektivy: sbornik statei IX Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii.– Penza, Privolzhskii dom znaniy, 2017. pp. 59–64
- [6] O vozmozhnosti issledovaniya pryamykh silovykh parametrov vyazkosti zhidkoobraznykh produktov na viskozimetre rotatsionnogo tipa. Nikolaev V.S., Avrorov V.A., Starostin M.N. Pishchevaya promyshlennost'

- i agropromyshlennyi kompleks: dostizheniya, problemy, perspektivy: sbornik statei V Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. – Penza, Privolzhskii dom znaniy, 2011. pp. 15–19.
- [7] K voprosu razrabotki stenda dlya eksperimental'nykh issledovaniy svoystv zhidkikh suspenzii Pyshnaya L. S., Nikolaev V. S., Bulaev I. A., Konovalov V. V. Nauchno-metodicheskii elektronnyi zhurnal Kontsept. 2017. № T39. pp. 2976–2980.
- [8] Il'inskiy V. S. Zashchita apparatov ot dinamicheskikh vozdeystvii. M., «Energiya», 1970. 320 p. s ill.
- [9] Modelirovanie napryazhenii i deformatsii chuvstvitel'nogo elementa s ispol'zovaniem metoda konechnykh elementov. Nikolaev V. S., Korotkova N. N. XXI vek: itogi proshlogo i problemy nastoyashchego plyus. 2013. № 6 (10). pp. 88–93
- [10] K raschetu rabochikh organov viskozimetra, vzaimodeystvuyushchikh s vyazkouprugimi materialami Pyshnaya L. S., Nikolaev V. S., Konovalov V. V. V sbornike: Aktual'nye voprosy sovremennoi nauki: teoriya i praktika nauchnykh issledovaniy Sbornik nauchnykh trudov vs Rossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. 2017. pp. 205–208.
- [11] Modelirovanie napryazhenii v elementakh preobrazovatelya sily na baze prikladnykh programm, realizuyushchikh metod konechnykh elementov Nikolaev V. S., Proshin I. A., Bulaev I. A. Innovatsionnaya tekhnika i tekhnologiya. 2015. № 4 (5). pp. 25–29.
- [12] Ispol'zovanie MKE v modelirovanii napryazhenii chuvstvitel'nogo elementa rotatsionnogo viskozimetra dlya zhidkikh pishchevykh suspenzii. Nikolaev V. S., Pyshnaya L. S., Konkina A. S. Pishchevaya promyshlennost' i agropromyshlennyi kompleks: dostizheniya, problemy, perspektivy: sbornik statei Kh Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. – Penza, Privolzhskii dom znaniy, 2018. pp. 33–39